

BÀI 2 : HÀM SỐ $y = ax + b$

I. Ôn tập về hàm số bậc nhất

Hàm số bậc nhất $y = ax + b$

- Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.
- Sự biến thiên:
 - Khi $a > 0$, hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
 - Khi $a < 0$, hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

■ Bảng biến thiên

$a > 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
y	$-\infty$	$+\infty$

$a < 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
y	$+\infty$	$-\infty$

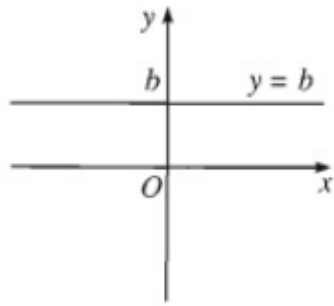
■ Đồ thị hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$) là một đường thẳng không song song và không trùng với các trục tọa độ. Đường thẳng này đi qua hai điểm $A(0; b)$ và $B\left(\frac{-b}{a}; 0\right)$.

■ Đường thẳng $y = ax + b$ có a là hệ số góc.

- Hai đường thẳng $y = ax + b$ và $y = a'x + b'$ song song với nhau nếu $a = a'$ và $b \neq b'$.
- Hai đường thẳng $y = ax + b, a \neq 0$ và $y = a'x + b', a' \neq 0$ vuông góc với nhau nếu $aa' = -1$.

II. HÀM SỐ HẰNG $y = b$.

Đồ thị của hàm số $y = b$ là một đường thẳng song song với trục hoành hoặc trùng với trục hoành và cắt trục tung tại điểm $(0; b)$. Đường thẳng này gọi là đường thẳng $y = b$.

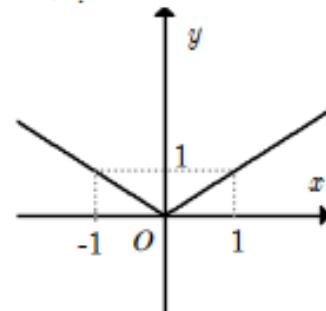


III. HÀM SỐ $y = |x|$.

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$
- Hàm số $y = |x|$ là hàm số chẵn
- Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
- Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y	$+\infty$	0	$+\infty$

Đồ thị



IV. Các ví dụ.

Ví dụ 1 : Xét sự đồng biến và nghịch biến của hàm số

a) $y = 3x + 1$

Giải

TXĐ : $D = \mathbb{R}$

Vì $a = 3 > 0$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$

b) $y = -2x + 1$

Giải.

TXĐ : $D = \mathbb{R}$

Vì $a = -2 < 0$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Ví dụ 2 : Vẽ đồ thị các hàm số sau:

a) $y = \frac{1}{2}x - 1$

b) $y = -x + 2$

c) $y = -3$

d) $y = \frac{-3}{2}x + 7$

Giải

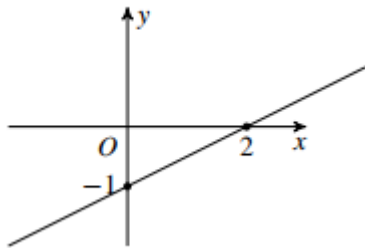
a) $y = \frac{1}{2}x - 1$

TXĐ : $D = \mathbb{R}$

Bảng giá trị

x	0	2
y	-1	0

Đồ thị.



Ví dụ 3: Xác định a, b để đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua các điểm $A(0; 2)$ và $B(1; -1)$

Giải

Vì đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua các điểm $A(0; 2)$ và $B(1; -1)$ nên ta có

$$\begin{cases} a \cdot 0 + b = 2 \\ a \cdot 1 + b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 2 \end{cases}$$

Vậy $a = -3; b = 2$

Ví dụ 4 Viết phương trình đường thẳng $y = ax + b$ đi qua $A(1; 2)$ và song song với đường thẳng $y = 4x - 1$

Giải

Vì đường thẳng $y = ax + b$ đi qua $A(1; 2)$ và song song với đường thẳng $y = 4x - 1$ nên ta có

$$\begin{cases} a \cdot 1 + b = 2 \\ a = a' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 2 \\ a = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -2 \end{cases}$$

Vậy : $y = 4x - 2$

Ví dụ 5 : Viết phương trình đường thẳng $y = ax + b$ đi qua $A(-3; 2)$ và vuông góc với đường thẳng $y = x$

Giải

Vì đường thẳng $y = ax + b$ đi qua $A(-3; 2)$ và vuông góc với đường thẳng $y = x$ nên ta có

$$\begin{cases} a \cdot (-3) + b = 2 \\ a \cdot a' = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3a + b = 2 \\ a \cdot 1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -1 \end{cases}$$

Vậy : $y = -x - 1$

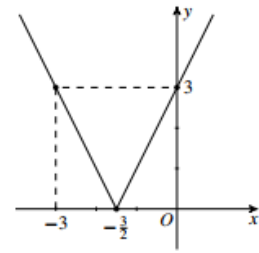
Ví dụ 6 : Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = |2x + 3|$

Lời giải.

$$\text{Ta có } y = |2x + 3| = \begin{cases} 2x + 3 & \text{nếu } x \geq -\frac{3}{2} \\ -2x - 3 & \text{nếu } x < -\frac{3}{2} \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	$+\infty$
y	$+\infty$	0	$+\infty$



Đồ thị hàm số đi qua các điểm $(-\frac{3}{2}; 0)$, $(0; 3)$ và $(-3; 3)$.

V. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Hàm số nào sau đây là hàm số giảm?

- A. $y = 2x - 3$ B. $y = 2x$ C. $y = -3$ D. $y = 3 - 2x$

Câu 2. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = 2x - 3$ B. $y = -2x$ C. $y = -3$ D. $y = 3 - 2x$

Câu 3. Đường thẳng nào sau đây song song với trục hoành?

- A. $y = 2x - 3$ B. $y = 2x$ C. $y = -3$ D. $y = 3 - 2x$

Câu 4. Đường thẳng nào sau đây đi qua gốc tọa độ?

- A. $y = 3x - 8$ B. $y = -x$ C. $y = 6 - x$ D. $y = x - 4$

Câu 5. Đường thẳng $\Delta : y = 3 - 5x$ có hệ số góc bằng?

- A. 3 B. -3 C. 5 D. -5

Câu 6. Đường thẳng nào sau đây song song với đường thẳng $\Delta : y = 3 - 5x$?

- A. $y = -5x + 1$ B. $y = 3 - 2x$ C. $y = 5x$ D. $y = 3x - 5$

Câu 7. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng $\Delta : y = 3 - 5x$?

- A. $y = -\frac{x}{5} + 1$ B. $y = 3 - 2x$ C. $y = -\frac{x}{3}$ D. $y = \frac{x}{5} - 3$

Câu 8. Đường thẳng đi qua hai điểm $P(2; -2)$ và $S(5; 1)$ có phương trình là

- A. $y = 3x - 8$ B. $y = -x$ C. $y = 6 - x$ D. $y = x - 4$

Câu 9. Đường thẳng đi qua gốc tọa độ và điểm $S(5; 1)$ có phương trình là

- A. $y = 3x + 1$ B. $y = 5 + x$ C. $y = \frac{x}{5}$ D. $y = 5x$

Câu 10. Đường thẳng đi qua điểm $N(2; -3)$ và song song với đường thẳng $\Delta : y = 3 - 5x$ có phương trình là

- A. $y = -5x - 3$ B. $y = 5x - 3$ C. $y = 5x - 13$ D. $y = 7 - 5x$

BÀI 3. HÀM SỐ BẬC HAI

A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

☑ Hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$, với $a \neq 0$.

- Tập xác định $\mathbb{R}$.

- Tọa độ đỉnh $\left(-\frac{b}{2a}; \frac{\Delta}{4a}\right)$.

* Chú ý: Để xác định nhanh tọa độ đỉnh, ta chỉ cần xác định hoành độ x_0 . Sau đó thay x_0 vào hàm số, ta tính y_0 .

- Sự biến thiên

x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
y	$+\infty$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$+\infty$

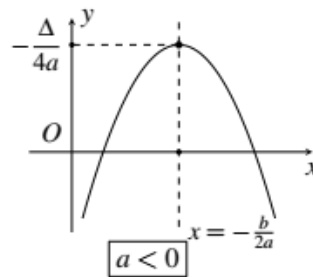
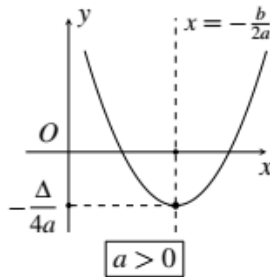
$a > 0$: Bề lõm quay lên

x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
y	$-\infty$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$-\infty$

$a < 0$: Bề lõm quay xuống

☑ Đồ thị hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$, với $a \neq 0$.

- Minh họa đồ thị:



- Trục đối xứng: $x = -\frac{b}{2a}$ (xem đồ thị).

- Giá trị max – min

* Khi $a > 0$, hàm số đạt **giá trị nhỏ nhất** $y_{\min} = -\frac{\Delta}{4a}$ khi $x = -\frac{b}{2a}$ (tại đỉnh).

* Khi $a < 0$, hàm số đạt **giá trị lớn nhất** $y_{\max} = -\frac{\Delta}{4a}$ khi $x = -\frac{b}{2a}$ (tại đỉnh).

- Để vẽ đồ thị, ta thường xác định tọa độ năm điểm

x	x_1	x_2	$-\frac{b}{2a}$	x_3	x_4
$y = ax^2 + bx + c$	y_1	y_2	$-\frac{\Delta}{4a}$	y_3	y_4

B CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN

DẠNG 1: Xét sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số.

Ví dụ 1 : Xét sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4x - 3$

Giải

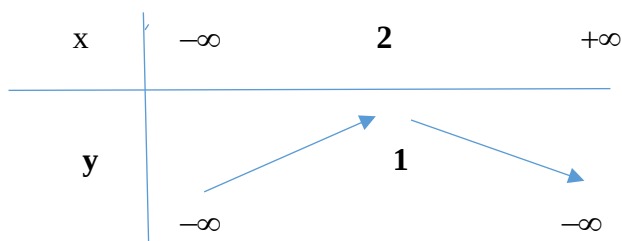
● Tập xác định : $D = \mathbb{R}$

● Tọa độ đỉnh I : $\begin{cases} x = -\frac{b}{2a} = 2 \\ y = -2^2 + 4 \cdot 2 - 3 = 1 \end{cases} \Rightarrow I(2;1)$

● Trục đối xứng : $x = -\frac{b}{2a} = 2$

● Bảng biến thiên

Vì $a = -1 < 0$ nên đồ thị có bề lõm quay xuống dưới

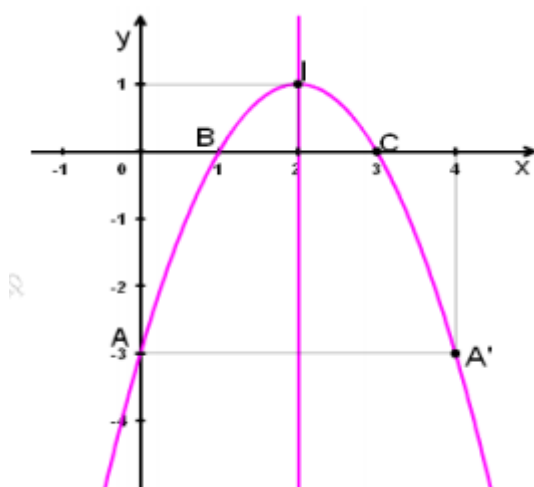


● Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ và nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$

● Bảng giá trị

x	0	1	2	3	4
y	-3	0	1	0	-3

● Đồ thị



DẠNG 2 : Xác định parabol $y = ax^2 + bx + c$

Ví dụ 2 : Xác định parabol $y = ax^2 + bx + c$ biết parabol đi qua ba điểm $A(1;5); B(-2;-12); C(0;2)$

Giải

Vì parabol đi qua ba điểm $A(1;5); B(-2;-12); C(0;2)$ nên ta có :

$$\begin{cases} a+b+c=5 \\ 4a-2b+c=-12 \\ c=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=-1 \\ c=2 \end{cases}$$

Vậy $y = 4x^2 - x + 2$

Ví dụ 3 : Xác định parabol $y = ax^2 + bx + 3$ biết parabol có đỉnh là $I(1;4)$

Giải

Vì parabol có đỉnh là $I(1;4)$ nên ta có

$$\begin{cases} a+b+3=4 \\ -\frac{b}{2a}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=1 \\ 2a+b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=2 \end{cases}$$

Vậy $y = -x^2 + 2x + 3$

Ví dụ 4 : Xác định parabol $y = ax^2 + x + c$ biết parabol đi qua điểm $H(-3;0)$ và có trục đối xứng là đường thẳng $x = -\frac{3}{2}$

Giải

Vì parabol đi qua điểm $H(-3;0)$ và có trục đối xứng là đường thẳng $x = -\frac{3}{2}$

$$\begin{cases} 9a-3+c=0 \\ -\frac{b}{2a}=-\frac{3}{2} \\ b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9a+c=3 \\ -6a+2b=0 \\ b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{3} \\ b=1 \\ c=0 \end{cases}$$

Vậy : $y = \frac{1}{3}x^2 + x$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. Xét sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = 2x^2 + 4x - 2$

Bài 2. Xét sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - 2$

Bài 3. Xác định parabol $y = ax^2 + bx + 3$ biết parabol đi qua hai điểm $A(1;2)$ và $B(-2;11)$

Bài 4. Cho parabol $(P) : y = -x^2 + bx + c$. Tìm b, c biết (P) đi qua điểm $M(-2;4)$ và có trục đối xứng $x = -2$.

Bài 5. Cho parabol $(P) : y = ax^2 - 2x + c$. Tìm a, c biết (P) có đỉnh $I(1;-3)$

Bài 6. Xác định parabol $y = ax^2 + bx + c$ biết parabol đi qua hai điểm $A(-4;11)$ và $B(2;2)$ và có hoành độ đỉnh là -2

D BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Parabol $y = -x^2 + 2x$ có đỉnh là

- A. $I(1;1)$. B. $I(-1;1)$. C. $I(-1;2)$. D. $I(2;0)$.

Câu 2. Tìm tọa độ đỉnh I của Parabol $y = x^2 - 3x + 4$.

- A. $I(3;3)$. B. $\left(\frac{3}{2}; \frac{7}{4}\right)$. C. $\left(-\frac{3}{2}; \frac{43}{4}\right)$. D. $\left(\frac{3}{2}; -\frac{7}{4}\right)$.

Câu 3. Tìm tọa độ đỉnh I của parabol $y = x^2 + 4x + 5$.

- A. $I(0;5)$. B. $I(1;10)$. C. $I(-1;2)$. D. $I(-2;1)$.

Câu 4. Tìm phương trình trục đối xứng của đồ thị hàm số $y = -x^2 + 6x + 7$.

- A. $y = 6$. B. $x = 3$. C. $y = 3$. D. $x = 6$.

Câu 5. Đồ thị hàm số $y = 2x^2 - x - 3$ có trục đối xứng là:

- A. $x = \frac{1}{4}$. B. $x = -\frac{1}{2}$. C. $x = -\frac{1}{4}$. D. $x = \frac{1}{2}$.

Câu 6. Gọi S là tổng hoành độ và tung độ đỉnh của parabol $(P) : y = -x^2 + 4x$. Tính S .

- A. $S = -14$. B. $S = 6$. C. $S = 4$. D. $S = -6$.

Câu 7. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4x + 1$?

- A. $M(-2;-12)$. B. $N(1;3)$. C. $P(-1;-5)$. D. $Q(2;5)$.

Câu 8. Tìm giá trị của m để parabol $y = x^2 + mx + 1$ đi qua điểm $A(1;1)$.

- A. $m = 1$. B. $m = 2$. C. $m = -1$. D. $m = -2$.

Câu 9. Cho hàm số $y = -x^2 + 4x + 3$. Chọn khẳng định đúng.

- A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. B. Hàm số đồng biến trên $(2, +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên $(2, +\infty)$. D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 10. Hàm số $y = x^2 + 2x + 2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; +\infty)$. B. $(-2; +\infty)$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(-\infty; -1)$.

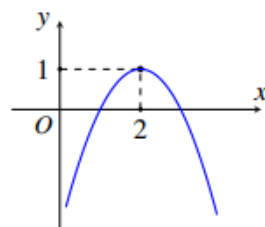
Câu 11. Hàm số $y = -x^2 + 2x + 3$ đồng biến trên

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 12.

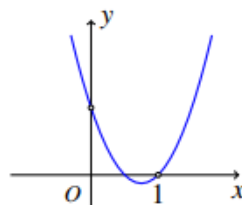
Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong các hàm số cho ở các phương án **A, B, C, D**. Hỏi đó là hàm số nào?

- A. $y = x^2 - 4x - 3$.
 B. $y = -x^2 + 4x$.
 C. $y = x^2 + 4x - 3$.
 D. $y = -x^2 + 4x - 3$.

**Câu 13.**

Hình bên là đồ thị của một hàm số bậc hai. Hàm số đó là hàm số nào trong các hàm số sau?

- A. $y = -x^2 + 3x - 1$.
 B. $y = -2x^2 + 3x - 1$.
 C. $y = 2x^2 - 3x + 1$.
 D. $y = x^2 - 3x + 1$.

**Câu 14.**

Hàm số nào trong các hàm số sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ

- A. $y = -x^2 + 2x - 3$. B. $y = x^2 + 2x - 1$.
 C. $y = -x^2 - x - 1$. D. $y = x^2 - x - 1$.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$-\infty$	-2	$-\infty$

Câu 15. Bảng biến thiên của hàm số $y = -2x^2 + 4x + 1$ là bảng nào sau đây?

A.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$+\infty$	1	$+\infty$

C.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$-\infty$	1	$-\infty$

B.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$-\infty$	3	$-\infty$

D.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$+\infty$	3	$+\infty$

Câu 16. Parabol $y = x^2 - ax + b$ có đỉnh $I(2; -2)$. Khi đó giá trị của $a + 2b$ là

- A. $a + 2b = 0$. B. $a + 2b = 8$. C. $a + 2b = -2$. D. $a + 2b = 4$.

Câu 17. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 - 2x + 3$ bằng

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 18. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^2 - 2x + 4$ là

- A. 5. B. 1. C. -1. D. 3.

Câu 19. Tọa độ giao điểm của $(P): y = x^2 + 2x - 1$ và đường thẳng $y = x - 1$ là

- A. $(0; -1)$ và $(-1; 2)$. B. $(0; 1)$ và $(-1; 2)$.
 C. $(0; -1)$ và $(-1; -2)$. D. $(-1; 0)$ và $(-1; -2)$.

Câu 20. Biết rằng đường thẳng $y = -x + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^2 + x + 2$ tại điểm duy nhất có tọa độ $(x_0; y_0)$. Tìm y_0 .

- A. $y_0 = 0$. B. $y_0 = 2$. C. $y_0 = -1$. D. $y_0 = 4$.